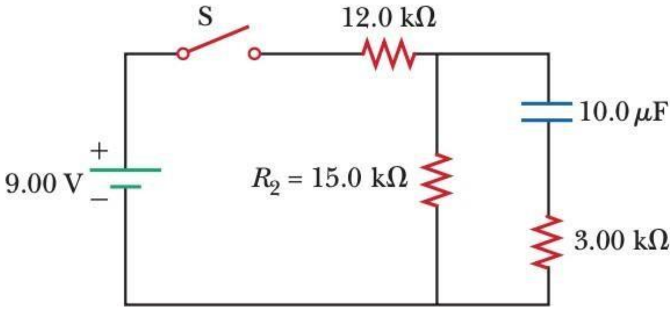
PROBLEMAS RESUELTOS CAPÍTULO #5

PROBLEMA 1:

En el siguiente circuito determine:

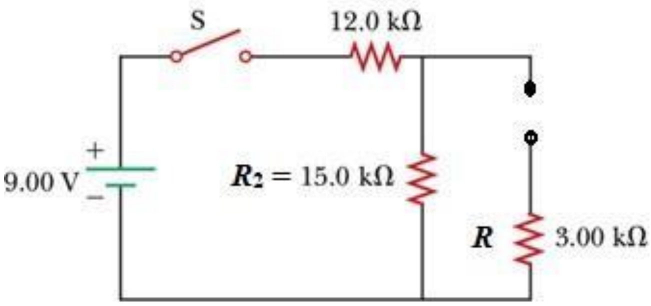
a) La corriente en estado estacionario de cada resistor y
b) La carga $\mathbf{Q_{máx}}$ del capacitor.
c) Ahora el interruptor se abre en $t = 0$. Escriba una ecuación para la corriente en R_2 como una función del tiempo
d) determine el intervalo de tiempo necesario para que la carga del capacitor se reduzca a un quinto de su valor inicial.



SOLUCIÓN

a) El capacitor en estado estacionario se comporta como un circuito abierto, ya que se encuentra cargado, claro está, el switch debe estar cerrado, de manera que la R que está en serie al capacitor no recibe corriente.

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} = \frac{9.00}{27000} = \frac{1}{3} * 10^{-3}\ \mathrm{A}$$

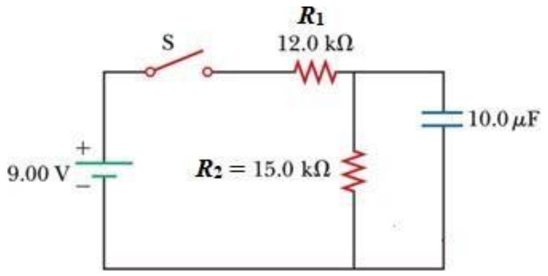


$$I_{R_1} = I_{R_2} = \frac{1}{3} * 10^{-3}\ \mathrm{A}$$

$$I_R = 0\ \mathrm{A}$$

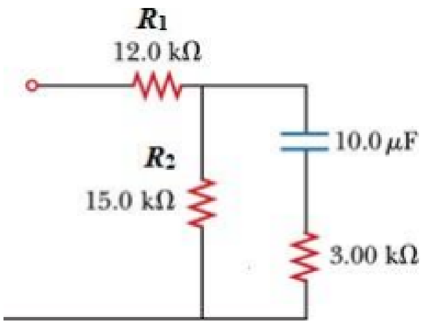
b) Como el capacitor se encuentra en Paralelo con la R2, tiene el mismo voltaje, como ya conocemos la corriente de ese resistor podemos determinar el VR que es igual al Vc, con la definición de C=Q/ V, despejamos la Q.

$$\Delta V_{R_2} = R_2 * I_{R_2} = 15.0x10^3 * \frac{1}{3} * 10^{-3} = 5.0\ \text{V}$$



$$Q = C * \Delta V = 10.0x10^{-6} * 5.0 = 50.0\ \mu\text{C}$$

c) Usamos la definición de descarga del capacitor para la corriente, para eso consideramos las resistencias que permiten que se descargue, siendo la de 15.0k y la de 3.0k, se puede determinar la corriente y el Tao, para luego aplicar la definición de I respecto al tiempo



$$I_o = \frac{V_C}{R_T} = \frac{5.0}{18x10^3} = 0.278\ \text{mA}$$

$$\tau = R_T * C = 18x10^3 * 10x10^{-6} = 0.18\ \text{s}$$

Para $t > 0$

$$I = I_0 e^{-t/c} = 0.278\ e^{-t/0.18}\ \text{mA}$$

d) Con la fórmula de descarga de la Q del capacitor, primero determinamos que nuestro resultado será 1/5 del inicial y con propiedad del logaritmo, y como ya se conoce Tao, podemos determinar el tiempo.

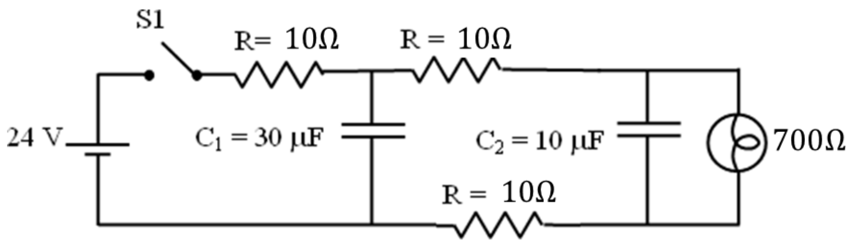
$$Q = Q_0 e^{-t/\tau} \rightarrow \frac{Q_0}{5} = Q_0 e^{-t/\tau}$$

$$1/5 = e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 5 = e^{t/\tau} \rightarrow ln5 = \frac{t}{\tau}$$

$$t = 0.29\ \text{s}$$

PROBLEMA 2:

La resistencia del foco es de 700Ω (suponga que es constante). Inicialmente los dos capacitores están descargados, y el interruptor S_1 está abierto. El interruptor S_1 es luego cerrado (t = 0).



a) Justo en el instante en que S_1 es cerrado, ¿cuál es el valor de la corriente a través de la batería?
b) Determine el valor de la carga que finalmente adquiere el capacitor C_2, después de que el interruptor S1 ha permanecido cerrado por un tiempo relativamente largo.
c) Determine el valor de la energía que finalmente adquiere el capacitor C_1, después de que el interruptor S1 ha permanecido cerrado por un tiempo relativamente largo.

a) Para $t = 0$, los capacitores se comportan como cortos, es decir cables.

$$I_0 = \frac{V}{R} = \frac{24}{10} = 2.4 \text{ A}$$

b) Para $t \sim \infty$, los capacitores se comportan como circuitos abiertos ya que se encuentran cargados, y tienen una diferencia de potencial en sus terminales.

$$V_{C_2} = V_f$$

$$I_f = \frac{V}{R_f} = \frac{24}{730} = 32.88 \text{ mA}$$

$$V_{C_2} = 32.88x10^{-3} * 700 = 23 \text{ V}$$

$$Q_{C_2} = C * V_{C_2} = 10x10^{-6} * 23 = 230 \text{ μC}$$

c) Para la energía necesito conocer el V que tiene el Capacitor, para eso podemos recorrer la malla de la izquierda, con la fuente, resistor y capacitor, para determinar el V_C

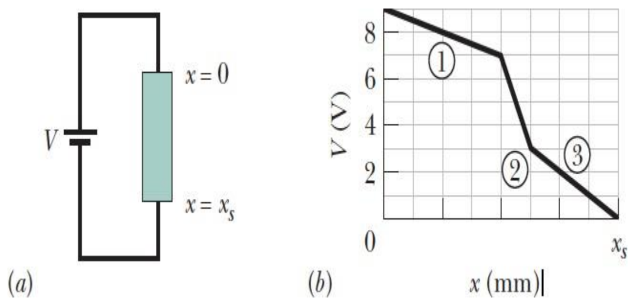
$$V_{C_1} = V - V_{10} = 24 - 10 * 32.88x10^{-3} = 23.67 \text{ V}$$

$$U_{C_1} = \frac{1}{2} C_1 V_{C_1}^2 = 0.5 * (30x10^{-6}) * 23.67^2 = 8.4 \text{ mJ}$$

PROBLEMA 3:

En la figura *(a)* se muestra una batería de 9.00 V está conectada a una tira resistiva que consta de tres tramos con la misma sección transversal, pero cada tramo con diferente conductividad. La figura *(b)* da la imagen del potencial eléctrico ***V (x)*** versus la posición ***x*** a lo largo de la tira. La escala horizontal se establece en $x_s = 8.00$ mm. La sección 3 tiene una conductividad $3.00 \times 10^7\ (\Omega/m)^{-1}$.

a) ¿Cuál es la conductividad de la sección 1 y de la sección 2?
b) ¿En cuál de los tramos se disipa mayor potencia?
c) Si la barra tiene 1 mm de diámetro. ¿Qué potencia disipa la barra?



a) La J es constante en todas las secciones: $\boldsymbol{J = I/A = \sigma E}$

Sección 1: $\boldsymbol{E_1 = \Delta V_1/d_1} = 2/4\text{mm} = 500$ V/m
Sección 2: $\boldsymbol{E_2 = \Delta V_2/d_2} = 4/1\text{mm} = 4000$ V/m
Sección 3: $\boldsymbol{E_3 = \Delta V_3/d_3} = 3/3\text{mm} = 1000$ V/m

Como $\boldsymbol{J_3 = \sigma_3 E} = 3.00\times10^7 * 1000 = 3.00\times10^{10}$ A/m^2

$\boldsymbol{\sigma_1 = J_1/E_1} = 3.00\times10^{10}/500 = 6.00\times10^7\ (\Omega/m)^{-1}$
$\boldsymbol{\sigma_2 = J_2/E_2} = 3.00\times10^{10}/4000 = 7.50\times10^6\ (\Omega/m)^{-1}$

b)

Como $\boldsymbol{P = I^2 * R}$ y la corriente es igual, la menor conductividad disipa mayor potencia, por lo tanto es el tramo 2.

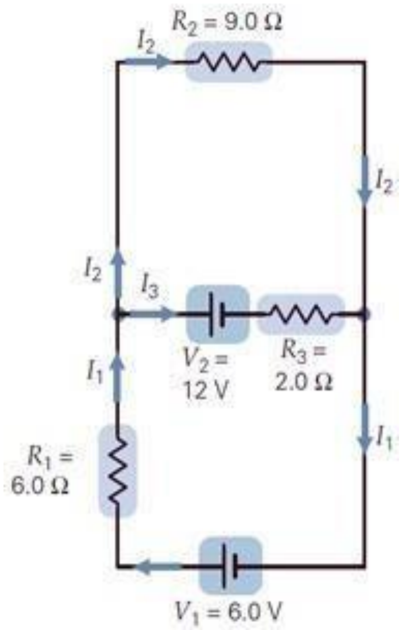
c) $R = l/(\sigma A)$, $A = \pi D^2/4 = \pi*(.001)^2/4 = 7.85\text{x}10^{-7}\ \text{m}^2$

$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 1/A(l1/\sigma_1 + l2/\sigma_2 + l3/\sigma_3)$
$R_T = [1/(7.85\text{x}10^{-7})]*[.004/\sigma_1 + 0.001/\sigma_2 + 0.003/\sigma_3)]$

$R_T = [1/(7.85\text{x}10^{-7})]*[6.67\text{x}10^{-11} + 1.33\text{x}10^{-10} + 1\text{x}10^{-10}] = [69.0\text{x}10^{-10}/7.85\text{x}10^{-7}]$
$R_T = 8.79\text{x}10^{-3}\ \Omega$
$\mathbf{P} = V^2/R_T = 9.22\text{x}10^3$ W

PROBLEMA 4:

Para el circuito en la figura, encuentra la corriente en cada rama.



Ecuaciones de corriente: $I_1 = I_2 + I_3$ (1)

Ecuaciones de Voltaje:

$V_1 - V_{R1} - V_2 - V_{R3} = 0$

$6 - 6I_1 - 12 - 2I_3 = 0$ »» $3I_1 + I_3 = -3$ (2)

$V_2 - V_{R2} + V_{R3} = 0$

$12 - 9I_2 + 2I_3 = 0$ »» $9I_2 - 2I_3 = 12$ (3)

1 y 2: $3(I_2 + I_3) + I_3 = -3$ »» $I_2 = -1 - 4/3\, I_3$ (4)

3 y 4: $9(-1 - 4/3\, I_3) - 2I_3 = 12$ »» $I_3 = -1.5$ A

Reemplazando en 2: $I_2 = 1.0$ A

Reemplazando en 1: $I_1 = -0.5$ A